PRACTICA 4

RESPUESTA TRANSITORIA DE UN CIRCUITO RLC

RESPUESTA TRANSITORIA DE UN CIRCUITO RLC

1. OBJETIVO

Verificar, mediante observación en el osciloscopio, la respuesta forzada y libre de un circuito RLC, observando la respuesta transitoria y el estado permanente en los casos subamortiguado y sobre-amortiguado.

2. INTRODUCCION TEORICA

Respuesta forzada a un escalón del circuito RLC.

Consideremos el circuito RLC mostrado en la figura 4.1 el cual está inicialmente en reposo, es decir, el capacitor no tiene carga inicial y en la bobina no existe corriente inicial, cuando en t=0 se aplica la excitación E(t).

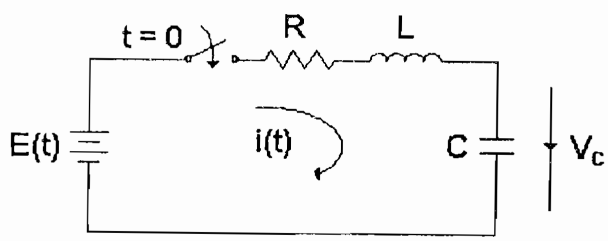


Figura 4.1 En t=0 el interruptor cierra el circuito.

La ecuación diferencial del circuito es:

$$\frac{d^2 \upsilon_c}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{d\upsilon_c}{dt} + \frac{1}{LC} \upsilon_c = \frac{E(t)}{LC} \qquad (4.1)$$

Las raíces de la ecuación diferencial son:

$$D_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

Si $\left(\frac{R}{2L}\right)^2 < \frac{1}{LC}$ *Raíces complejas conjugadas caso subamortiguado*

$$Si \quad \left(\frac{R}{2L}\right)^2 > \frac{1}{LC} \qquad \textit{Raíces diferentes caso sobreamortiguado}$$

Para el caso subamortiguado

$$D_{1,2} = -\sigma \pm j\omega_d$$

Donde

$$\sigma = \frac{R}{2L} \qquad \textit{coeficiente de amortiguamiento}$$

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \textit{frecuencia natural no amortiguada}$$

$$\omega_d = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \qquad \textit{frecuencia natural amortiguada}$$

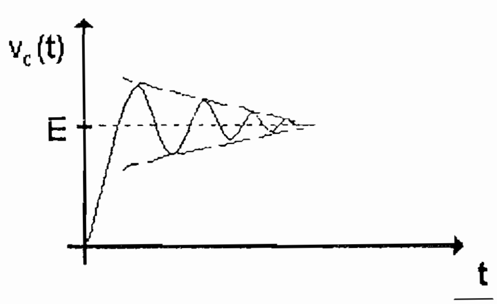
$$\xi = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} \qquad \textit{amortiguamiento}$$

Resolviendo la ecuación diferencial (4.1) se obtiene el voltaje en el capacitor y la corriente del circuito.

$$\upsilon_c = E[1 - \frac{\omega_n}{\omega_d} e^{-\sigma t} \operatorname{sen}\left(\omega_d t + \operatorname{tg}^{-1}\frac{\omega_d}{\sigma}\right)]$$

$$i(t) = \frac{E}{L\omega_d} e^{-\sigma t} \operatorname{sen}\omega_d t$$

Las gráficas se muestran en al figura 4.2



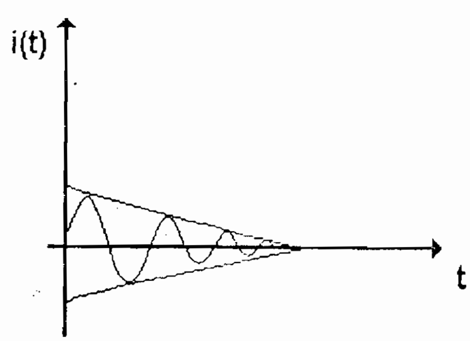


Figura 4.2 (a) Voltaje en el capacitor; (b) y corriente en el circuito.

Para el caso sobreamortiguado

$$D_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

Resolviendo la ecuación diferencial (4.1) se obtiene el voltaje en el capacitor y la corriente en el circuito.

$$\upsilon_c(t) = E\left[1 + \frac{1}{D_1 - D_2}(D_2 e^{D_1 t} - D_1 e^{D_2 t})\right]$$

$$i(t) = \frac{E}{L(D_1 - D_2)}\left(e^{D_1 t} - e^{D_2 t}\right)$$

Las gráficas se muestran en la figura 4.3

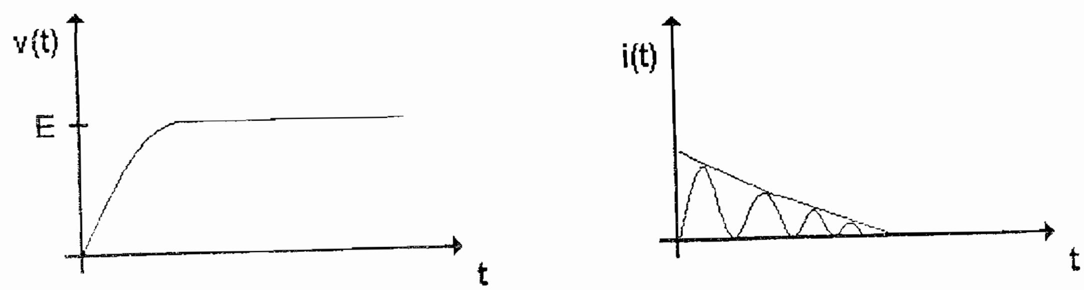


Figura 4.3 Voltaje en el capacitor (a); corriente en el circuito (b)

Respuesta libre

En el circuito mostrado en la figura 4.4 en interruptor se mantiene en la posición 1, proporcionando al capacitor un voltaje inicial υ_0, en t=0 este se cambia a la posición 2.

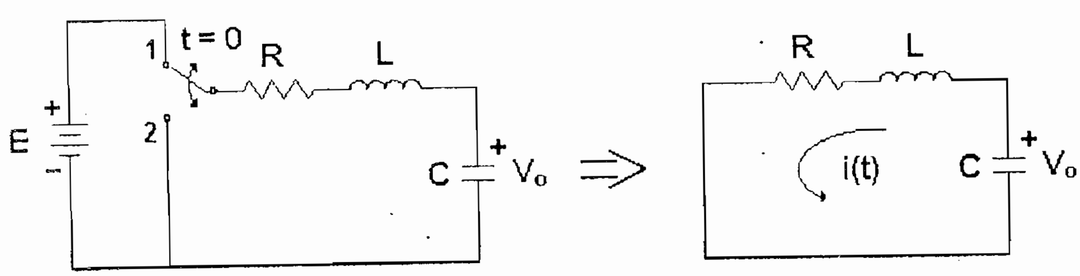


Figura 4.4 En t=0 el interruptor se cambia a la posición 2

La ecuación diferencial del circuito es:

$$\frac{d^2\upsilon_c}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{d\upsilon_c}{dt} + \frac{1}{LC}\upsilon_c = 0 \qquad (4.2)$$

Las raíces de la ecuación diferencial son:

$$D_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

Si $\left(\frac{R}{2L}\right)^2 < \frac{1}{LC}$ *Raíces complejas conjugadas caso subamortiguado*

Si $\left(\frac{R}{2L}\right)^2 > \frac{1}{LC}$ *Raíces diferentes caso sobreamortiguado*

Para el caso subamortiguado

$$D_{1,2} = -\sigma \pm i\omega_d$$

Donde

$\sigma = \frac{R}{2L}$ *coeficiente de amortiguamiento*

$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ *frecuencia natural no amortiguada*

$\omega_d = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$ *frecuencia natural amortiguada*

$\xi = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$ *amortiguamiento*

Resolviendo la ecuación diferencial (4.2) se obtiene el voltaje en el capacitor, y la corriente del circuito.

La ecuación diferencial del circuito es:

$$\frac{d^2\upsilon_c}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{d\upsilon_c}{dt}+\frac{1}{LC}\upsilon_c=0 \qquad (4.2)$$

Las raíces de la ecuación diferencial son:

$$D_{1,2}=-\frac{R}{2L}\pm\sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2-\frac{1}{LC}}$$

$$Si \quad \left(\frac{R}{2L}\right)^2<\frac{1}{LC}$$ *Raíces complejas conjugadas caso subamortiguado*

$$Si \quad \left(\frac{R}{2L}\right)^2>\frac{1}{LC}$$ *Raíces diferentes caso sobreamortiguado*

Para el caso subamortiguado

$$D_{1,2}=-\sigma\pm i\omega_d$$

Donde

$$\sigma=\frac{R}{2L}$$ *coeficiente de amortiguamiento*

$$\omega_n=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$ *frecuencia natural no amortiguada*

$$\omega_d=\sqrt{\frac{1}{LC}-\left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$ *frecuencia natural amortiguada*

$$\xi=\frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$$ *amortiguamiento*

Resolviendo la ecuación diferencial (4.2) se obtiene el voltaje en el capacitor, y la corriente del circuito.

$$\upsilon_c(t) = E\frac{\omega_n}{\omega_d}e^{-\sigma t}\cos(\omega_d + \mathrm{tg}^{-1}\frac{\sigma}{\omega_d})$$

$$i(t) = \frac{E}{L\omega_d}e^{-\sigma t}\,\mathrm{sen}(\omega_d t)$$

Las gráficas se muestran en la figura 4.5

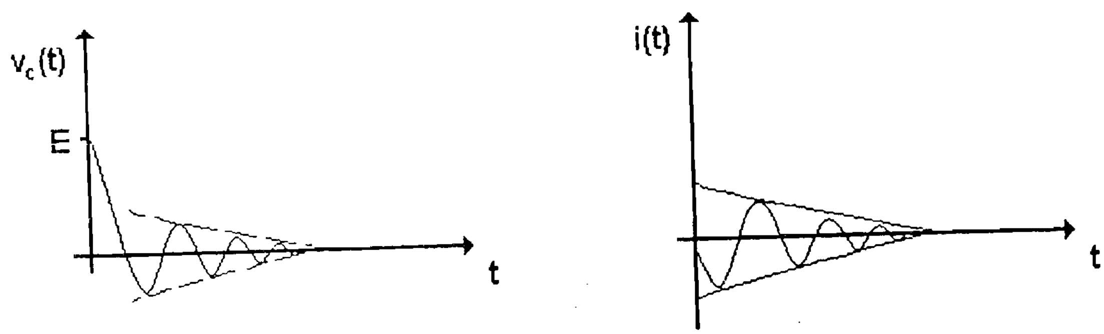


Figura 4.5 (a)Voltaje en el capacitor; (b) corriente en el circuito.

Para el caso sobre-amortiguado

$$D_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

Resolviendo la ecuación diferencial (4.2) se obtiene el voltaje en el capacitor y la corriente del circuito.

$$\upsilon_c(t) = \frac{E}{D_1 - D_2}(D_2 e^{D_1 t} - D_1 e^{D_2 t})$$

$$i(t) = \frac{E}{L(D_1 - D_2)}\left(e^{D_1 t} - e^{D_2 t}\right)$$

Las gráficas se muestran en la figura 4.6

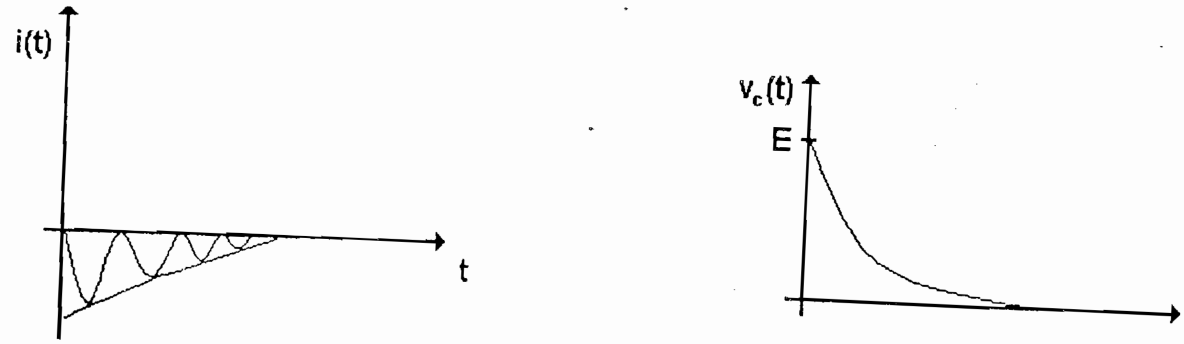


Figura 4.6 (a) Voltaje del capacitor; (b) corriente del circuito.

Respuesta de un circuito RLC a una onda cuadrada

El circuito RLC de la figura 4.7 es excitado con una onda cuadrada.

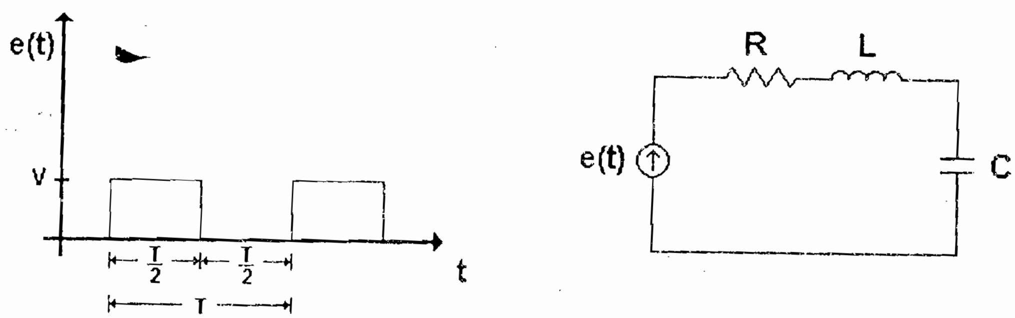


Figura 4.7 Circuito RLC excitado con una onda cuadrada.

El circuito equivalente se muestra en la figura 4.8

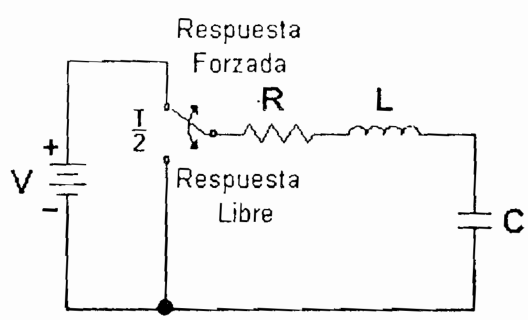


Figura 4.8 Circuito equivalente

Para el circuito anterior se presentan los casos:
Subamortiguado y sobre-amortiguado, sus gráficas se muestran en las figuras 4.9 y 4.10

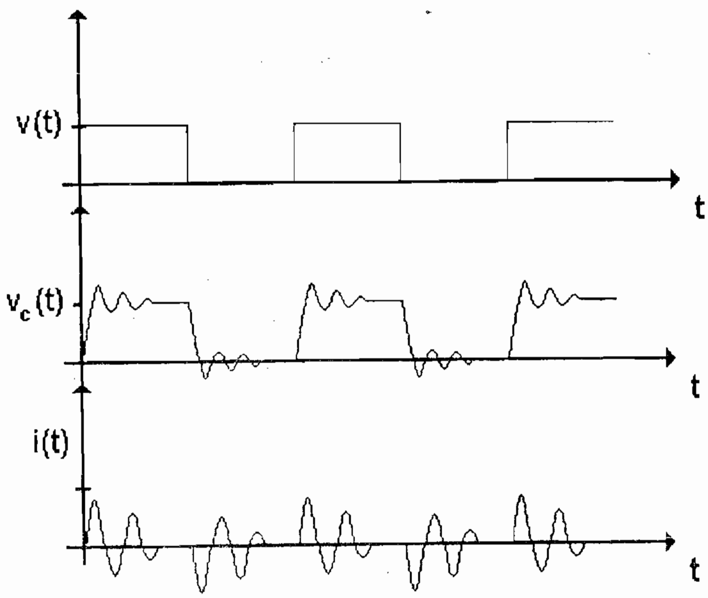


Figura 4.9 Caso subamortiguado

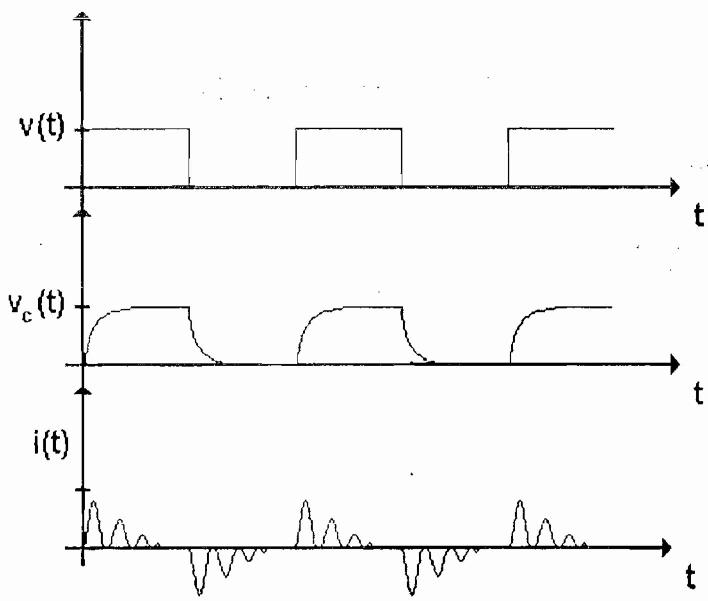


Figura 4.10 Caso sobre-amortiguado

3. DESARROLLO DE LA PRACTICA

Equipo de laboratorio y componentes

Cantidad	Material
1	Medidor LCR
1	Osciloscopio
1	Generador de funciones
1	Capacitor 0.001 μF
1	Resistencia 120 Ω
1	Resistencia 100 Ω
1	Resistencia 4.7 KΩ
1	Bobina 1 mHy

Con el material anterior construir el siguiente circuito.

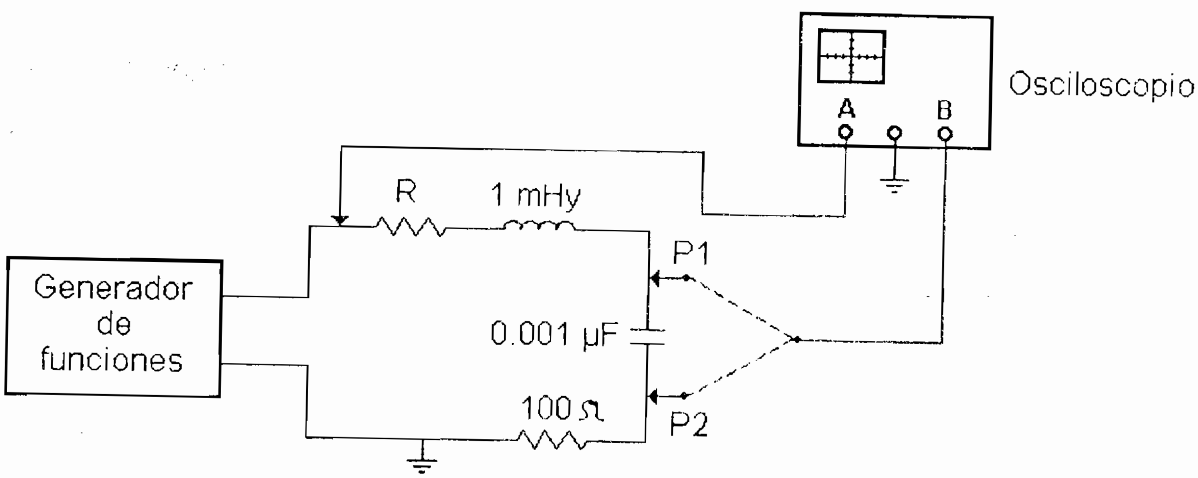


Figura 4.11 Circuito RLC

Realizar las siguientes actividades.

Con el generador de funciones aplicar al circuito una onda cuadrada con una frecuencia de 5 Khz y una amplitud de 1.5 Volts (3 Vpp.)

Con R=120Ω dibujar las formas de onda que se muestran en el osciloscopio, indicando su amplitud y su período.

- Del voltaje de entrada υ_G
- Del voltaje subamortiguado del capacitor υ_C
- De la corriente del circuito $i = \upsilon_R / R_{100}$

Con R= 4.7 KΩ dibujar las formas de onda que se muestran en el osciloscopio, indicando su amplitud y su periodo.

- Del voltaje de entrada υ_G
- Del voltaje sobre-amortiguado del capacitor υ_C
- De la corriente del circuito $i=\upsilon_R/R_1$

4. CUESTIONARIO

Con los valores de los elementos del circuito RLC de la figura 4.11 Calcular.

Para el caso subamortiguado calcular:

a) El coeficiente de amortiguamiento σ
b) La frecuencia natural no amortiguada ω_n
c) La frecuencia natural amortiguada ω_d
d) El amortiguamiento ξ

Para el caso de sobre-amortiguado.

a) El coeficiente de amortiguamiento σ
b) La frecuencia natural no amortiguada ω_n
c) La frecuencia natural amortiguada ω_d
d) El amortiguamiento ξ

5. CONCLUSIONES